Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет»
Институт математики, информатики и информационных технологий
Кафедра высшей математики

Применение статистической обработки и анализа данных для оценки качества учебного процесса в образовательном учреждении

Выпускная квалификационная работа
по направлению «01.03.02 Прикладная математика и информатика»

Квалификационная работа
допущена к защите
Зав. кафедрой

«_____»___________2016 г.

____
подпись

Руководитель ОПОП:

____
подпись

Исполнитель:
Мусабекова Алина Габдулавалевна
обучающийся в группе БП – 41Z

____
подпись

Научный руководитель:
Бодряков В. Ю., д.ф.-м.н.,
Заведующий кафедрой высшей математики

____
подпись

Екатеринбург – 2016

Оглавление

Введение

Каждый специалист в своей профессиональной деятельности сталкивается с необходимостью поиска, обработки и анализа статистической информации. Под статистическими данными понимается совокупность количественных характеристик социально-экономических явлений и процессов, полученных в результате статистического наблюдения, их обработки или соответствующих расчетов. Статистика – это практическая деятельность по сбору, обработке, анализу данных по различным направлениям общественной жизни [1]. В каждой области человеческой деятельности разработаны свои форматы представления и способы обработки статистических данных. Как правило, систематический анализ статистических данных (мониторинг) проводится с целью количественной оценки текущей ситуации и с целью прогнозирования развития ситуации в будущем для принятия основанных на фактах управленческих решениях. Например, в любой образовательной деятельности важнейшим аспектом является система контроля качества знаний. Активное использование средств информатизации обеспечило создание и использование автоматизированных тестовых средств для контроля знаний обучаемых на всех этапах обучения (см., например, [2]). Актуальность таких систем очевидна не только для целей измерения уровня подготовленности, но и для проведения рейтинга обучаемых, мониторинга учебного процесса, для организации адаптивного обучения, дистанционного образования. Существуют также структурные сдвиги в Российской системе образования, которые способствуют данному процессу, например, внедрение единого государственного экзамена (ЕГЭ) [3]. ЕГЭ поможет обеспечить равные условия при поступлении в Вуз и сдаче выпускных экзаменов в школе, поскольку при проведении этих экзаменов на всей территории России применяются однотипные задания и единая шкала оценки, позволяющая сравнивать всех учащихся по уровню подготовки.

В значительной степени результаты ЕГЭ позволяют прогнозировать качество подготовки будущих молодых специалистов – выпускников вузов, поступивших в вузы по результатам ЕГЭ и освоивших образовательные программы высшего образования (обычно уровня бакалавриата). Между тем, как видно из дальнейшего, средний уровень математической подготовки выпускника массовой российской школы в целом низок (на уровне 45 баллов ЕГЭ из 100), что существенно затрудняет процесс получения высшего образования при последующем обучении в инженерном вузе или техникуме.

Актуальность настоящей выпускной квалификационной работы (ВКР) обусловлена доминирующей в обществе парадигмой необходимости существенного повышения качества образования на всех уровнях.

В стране одной из главных задач системы мониторинга качества образования на Урале является количественная оценка готовности выпускников школ к освоению инженерных направлений подготовки [4,5]. Школы стремятся обеспечить нормальное функционирование образовательного процесса, качественное достижение результатов образования, соответствующих государственному стандарту, и необходимый для этого уровень мотивации, здоровья и развития обучающихся. Важно обеспечить подготовку специалистов высокого уровня, способных к самостоятельной исследовательской деятельности и работе в сфере высоких технологий, включая информационные.

Сказанное обусловило выбор **темы** настоящей выпускной квалификационной работы: «Применение статистической обработки и анализа данных для оценки качества учебного процесса в образовательном учреждении».

В Федеральном государственном образовательном стандарте высшего образования (ФГОС ВО) представлена совокупность требований, обязательных при реализации основных образовательных программ бакалавриата по направлению подготовки «01.03.02 – Прикладная математика и информатика». Выпускник бакалавра должен решать ряд задач в соответствии с выбранным видом профессиональной деятельности (научно - исследовательская, проектная и производственно - технологическая, организационно – управленческая, социально - педагогическая деятельность). Конкретный вид деятельности определяется соответствующим высшим учебным заведением. Основным видом профессиональной деятельности в УрГПУ Института математики информатики и информационных технологий (ИМИиИТ) по направлению подготовки «01.03.02 – Прикладная математика и информатика» выбрана научно - исследовательская деятельность. Таким образом, выпускник, освоивший программу бакалавриата, должен быть готов решать следующие профессиональные задачи:

- изучение новых научных результатов, научной литературы или научно-исследовательских проектов в соответствии с профилем объекта профессиональной деятельности;
- изучение информационных систем методами математического прогнозирования и системного анализа;
- исследование и разработка математических моделей, алгоритмов, методов, инструментальных средств по тематике проводимых научно-исследовательских проектов;
- составление научных обзоров, рефератов и библиографии по тематике проводимых исследований;
- подготовка научных и научно-технических публикаций;
- участие в работе научных семинаров, научно-тематических конференций, симпозиумов.

В соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки «01.03.02 – Прикладная математика и информатика» область профессиональной деятельности выпускников, освоивших программу бакалавриата, включает: научные и ведомственные организации, связанные с решением научных и технических задач; научно-исследовательские и вычислительные центры; научно-производственные объединения. Выпускник, освоивший программу бакалавриата, должен уметь оперировать с перечисленными в ФГОС ВО объектами профессиональной деятельности. В результате освоения программы бакалавриата у выпускника должны быть сформированы общекультурные, общепрофессиональные и профессиональные компетенции [6].

Объектом исследования является оценка качества учебного процесса в образовательном учреждении.

Предметом исследования является применение статистической обработки выборочных данных мониторинга ЕГЭ-2016 по математике профильного уровня для оценки качества учебного процесса в Муниципальном автономном общеобразовательном учреждении «Азигуловская средняя общеобразовательная школа».

Гипотезой исследования является предположение о возможности применения биномиального распределения Бернулли для количественной оценки качества учебного процесса в образовательном учреждении.

Метапредметной целью выпускной квалификационной работы является формирование и предъявление общепрофессиональных и профессиональных компетенций, регламентированных ФГОС ВО по направлению подготовки «01.03.02 – Прикладная математика и информатика», в частности:

1. Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);
2. Способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ОПК-2);
3. Способность к разработке алгоритмических и программных решений в области математических, информационных технологий, образовательного контента, прикладных баз данных (ОПК-3);

4. Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий (ОПК-4).
5. Способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям (ПК-1);
6. Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат (ПК-2);
7. Способность критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности (ПК-3) [6].

Предметной целью ВКР было применение статистической обработки и анализа данных для оценки качества учебного процесса в образовательном учреждении на примере МАОУ «Азигуловская СОШ».

Для достижения поставленной цели в ВКР решались следующие **задачи**:

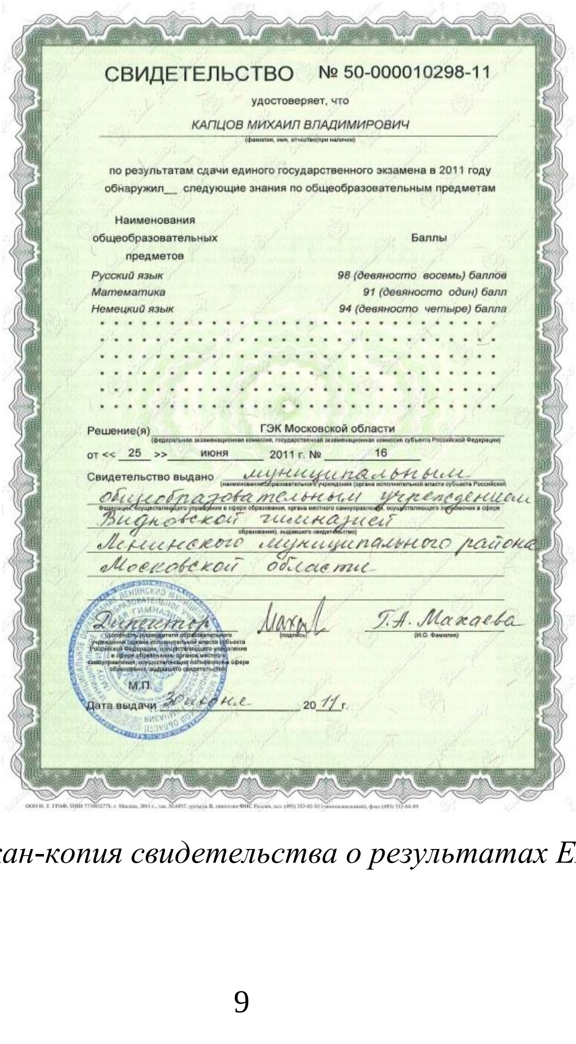
1. Оценить ЕГЭ по математике как инструмент мониторинга качества школьного образования в РФ (литературный обзор).
2. Обосновать применение теоретического биномиального распределения Бернулли для «среднего учащегося» в качестве опорного распределения для сравнения с эмпирическими данными ЕГЭ.
3. Оценить уровень математической подготовленности школьников Свердловской области с опорным распределением для «среднего учащегося»;
4. Проверить с помощью критерия Пирсона χ^2 насколько точно модель биномиального распределения «среднего учащегося» описывается моделью нормального распределения.
5. Провести статистический анализ ЕГЭ-2016 по математике профильного уровня школьников.

6. Оценить уровень математической подготовленности школьников МАОУ «Азигуловская СОШ» в сопоставлении с областными, федеральными результатами ЕГЭ и опорным распределением для «среднего учащегося (студента)».

Глава 1. ЕГЭ как средство мониторинга образовательного процесса и математические методы обработки статистических данных этого мониторинга (литературный обзор)

1.1. ЕГЭ по математике как инструмент объективной оценки уровня математической подготовленности выпускников школ

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) – централизованно проводимый в Российской Федерации экзамен в средних учебных заведениях – школах и лицеях [7]. Служит одновременно выпускным экзаменом из школы и вступительным экзаменом в высшие учебные заведения и средние специальные учебные заведения. При проведении экзамена на всей территории России применяются однотипные задания и единые методы оценки качества выполнения работ. После сдачи экзамена всем выпускникам выдаются свидетельства о результатах ЕГЭ (Рис. 1. Скан-копия свидетельства о результатах ЕГЭ, где указаны полученные баллы по предметам.



СВИДЕТЕЛЬСТВО № 50-000010298-11

удостоверяет, что

КАПЦОВ МИХАИЛ ВЛАДИМИРОВИЧ

(фамилия, имя, отчество(при наличии)

по результатам сдачи единого государственного экзамена в 2011 году обнаружил__ следующие знания по общеобразовательным предметам

Наименования общеобразовательных предметов	Баллы
Русский язык	*98 (девяносто восемь) баллов*
Математика	*91 (девяносто один) балл*
Немецкий язык	*94 (девяносто четыре) балла*

Решение(я) ГЭК Московской области

(федеральная экзаменационная комиссия, государственная экзаменационная комиссия субъекта Российской Федерации)

от << 25 >> июня 2011 г. № 16

Свидетельство выдано муниципальным общеобразовательным учреждением Видновской гимназией Ленинского муниципального района Московской области

Директор

(должность руководителя образовательного учреждения (органа исполнительной власти субъекта Российской Федерации, осуществляющего управление в сфере образования, органа местного самоуправления, осуществляющего полномочия в сфере образования), выдавшего свидетельство)

(подпись)

Т.А. Махаева

(И.О. Фамилия)

М.П.

Дата выдачи 30 июня 2011 г.

Рис. 1. Скан-копия свидетельства о результатах ЕГЭ

С 2009 года ЕГЭ является единственной формой выпускных экзаменов в школе и основной формой вступительных экзаменов в вузы, при этом есть возможность повторной сдачи ЕГЭ в последующие годы.

О ЕГЭ Министр образования России впервые заявил в июне 2000 года. 16 февраля 2001 года за номером 119 было принято Постановление Правительства Российской Федерации «Об организации эксперимента по введению единого государственного экзамена» [8], а 5 апреля 2002 года за номером 222 – Постановление «Об участии образовательных учреждений среднего профессионального образования в эксперименте по введению единого государственного экзамена» [9]. С 2002 года ЕГЭ – реальность современной жизни, прочно вошедшая в практику работы каждого образовательного учреждения России. Согласно Закону Российской Федерации «Об образовании» [10] усвоение общеобразовательных программ основного общего и среднего (полного) 12 общего образования завершается обязательной итоговой аттестацией выпускников общеобразовательных учреждений независимо от формы получения образования. Цель введения ЕГЭ – формирование объективной системы оценки качества подготовки выпускников образовательных учреждений, реализующих программы среднего (полного) общего образования и поступающих в государственные и муниципальные образовательные учреждения среднего профессионального и высшего профессионального образования [11]. ЕГЭ считается сданным, если количество набранных тестовых баллов за экзамен (приведенных к 100-балльной шкале) не ниже установленной Министерством образования и науки РФ минимума (проходного балла).

Обязательные предметы для сдачи ЕГЭ: русский язык и математика. Если участник не сможет сдать один из предметов, то он имеет возможность пересдать этот в дополнительные дни. Если же не сможет сдать экзамен по обоим предметам, то участник получит справку о том, что посещал школу.

Экзамены по другим учебным предметам обучающиеся сдают на добровольной основе [12].

Статистика сдачи ЕГЭ показывает, что математика вызывает затруднения при сдаче экзамена [13] (Рис. 2).

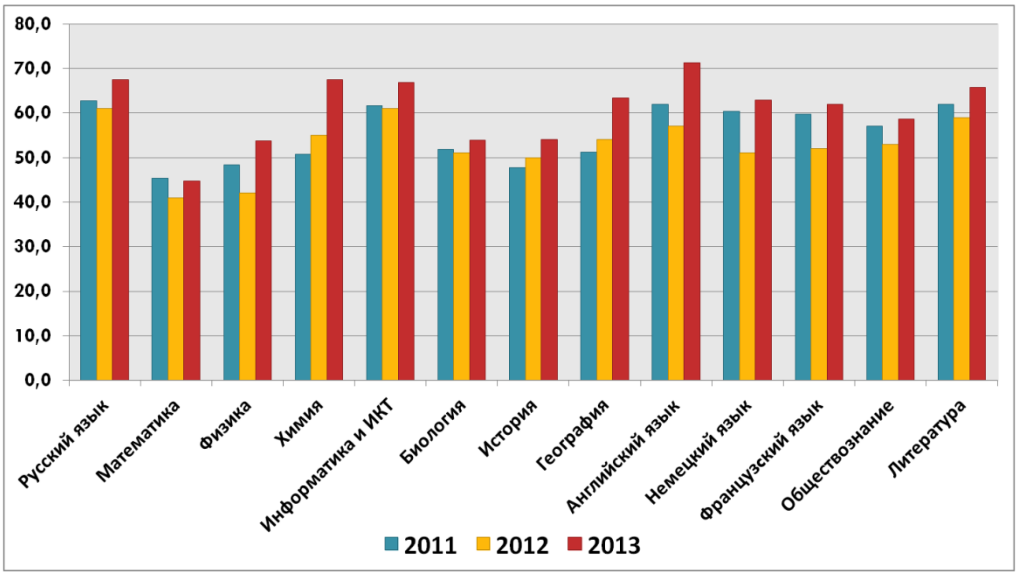


Рис. 2. Средние тестовые баллы выпускников ОУ Свердловской области

Перед многими выпускниками стоит главная задача: набрать хотя бы минимальные баллы за экзамен и получить положительную отметку. ЕГЭ по математике подразумевает проверку обязательного уровня усвоения выпускниками школы курса математики и отбор учащихся для последующего обучения в ВУЗах. Успешность выполнения заданий работы на экзамене обусловлена, во-первых хорошими знаниями по предмету и во-вторых правильной подготовкой к этому экзамену. Математику нельзя выучить за день или за неделю – только с помощью длительных занятий и подготовок можно сдать экзамены. Чем раньше начнется подготовка к экзамену, тем легче пройдет сдача экзамена.

Внимания заслуживает и переводная шкала от первичных баллов ЕГЭ к тестовым (см. Таблица П.1.). Переводная шкала баллов ЕГЭ с 2010 года изменялась вместе с изменением модели КИМ, которая сейчас состоит из двух частей, различающихся формой, сложностью задний, а так же начисляемыми первичными баллами за каждое решенное задание [14,15].

Модель КИМов 2011г. существенно не изменилась по сравнению с 2010 г. по содержанию, технологии проведения и способам обработки результатов ЕГЭ. КИМ состоял из двух частей различающихся уровнем сложности: в первой части содержалось 12 заданий с В1 по В12 с кратким ответом, каждое из которых оценивалось в 1 первичный балл, вторая же часть состояла из 6 задач с развернутым ответом повышенной и высокой сложности с С1 по С6, где за задания С1, С2 можно было получить от 0 до 2 баллов, задания С3, С4 оценивались от 0 до 3 баллов, а за задания С5 и С6 можно было получить до 4 первичных балла. Общий первичный балл в 2010 и 2011 годах одинаково равнялся 30 баллам, тогда как пороговый (проходной) тестовый балл поднялся с 21 (2010 год) до 24 (2011 год) [16,17].

В 2012, 2013 годах в базовую часть добавили два задания В13 и В14 с кратким ответом, за которые начисляется по одному первичному баллу. Вторая часть осталась без изменений, но общий первичный балл стал равняться 32 баллам, пороговые баллы с 2011 года остались неизменными и составляли 24 тестовых балла [18,19].

В 2014 году соблюдена преемственность с 2013 года. В2014 году добавили в первую часть задание В15 и изменили порядок заданий в обеих частях с целью упорядочения групп, в первой части В1 – В10 теперь содержали задания базового уровня с кратким ответом, В11 – В15 содержали задания повышенного уровня сложности также с кратким ответом. Во второй части тоже переставили задания, С1 – С4 были задания повышенного уровня сложности, а задания С5 и С6 высокого уровня сложности. Общий тестовый балл составил 33 балла [20].

Существенные изменения произошли в 2015 году, экзамен проводился на двух уровнях: базовый и профильный. Базовый уровень ориентирован на тех выпускников, кому не нужна математика для поступления в вузы. Профильный ЕГЭ проводится для выпускников и абитуриентов, планирующих использовать математику в будущей профессиональной деятельности. Базовый уровень ЕГЭ-

2015 по Математике состоял из 20 вопросов с кратким ответом, за каждое правильно выполненное задание начисляется по одному первичному баллу. Пороговый балл равнялся 7 набранным первичным баллам. Баллы, полученные на базовом ЕГЭ по математике, не переводятся в стобалльную шкалу.

Задания экзамена профильного уровня разработаны на основе заданий ЕГЭ по математике 2014 года, но в них внесены незначительные изменения. В первой части убраны два задания базового уровня сложности, произведены несущественные изменения формы и тематики задания 17 (С3 в 2014 году), за которое максимальное число баллов уменьшено с 3 до 2. Во второй добавлено задание повышенного уровня сложности с экономическим содержанием, за выполнение можно было получить 2 балла. Таким образом, за правильное выполнение всех заданий ЕГЭ по математике в 2015 году на профильном уровне можно было получить 34 первичных балла [21].

Математика ЕГЭ-2016 – существенных изменений нет. В КИМ ЕГЭ по математике профильного уровня в 2016 году соблюдена преемственность с КИМ 2015 года. Из первой части исключены два задания: задание практико-ориентированной направленности базового уровня сложности и задание повышенного уровня сложности геометрического содержания. Минимальный порог по математике профильного уровня – 27 тестовых баллов, по математике базового уровня - 7 первичных баллов, соответствующие 3 баллам по пятибалльной шкале. Максимальный первичный балл уменьшился с 34 до 32 баллов [22].

Проанализировав переводную шкалу баллов ЕГЭ с 2010 года по 2016, можно сказать о несправедливости шкалирования результатов. С каждым годом трансформация шкалы перевода первичных баллов ЕГЭ в 100-балльные тестовые усиливается. Участник получит большее количество баллов за экзамен, решая только первую часть, где большинство заданий базового уровня сложности, с кратким ответом, нежели он решит вторую часть с повышенным и высоким уровнем сложности, где требуется дать развернутые ответы и затрачивается много времени и сил. Так, при сдаче ЕГЭ–2010 достаточно было решить первую часть, и получить 60 баллов за экзамен, тогда как за действительно сложные задания части С можно было получить всего 40 баллов.

Для сравнения. В Украине история внешнего независимого тестирования начинается с 1993 года, когда проводился эксперимент по проведению тестирования в нескольких школах [23,40]. В силу ряда причин эксперимент оказался неудачным. В 2002 году Министерство образования и науки Украины совместно с Центром тестовых технологий Международного фонда "Возрождение" провели среди студентов первых курсов ВУЗов двести тестирований с целью отработать методики и тестовые задания. В Украине тестирование называется ЗНО, что на русский язык переводится как внешнее независимое тестирование. ЗНО стали сдавать с 2002 года. Тестирование в 2015 проводилось по украинскому языку и литературе, истории Украины, математике, биологии, географии, физике, химии, русскому, английскому, немецкому, французскому и испанскому языкам. Каждый зарегистрированный участник ЗНО 2015 мог сдать тесты не более чем по четырем предметам из перечисленных. Обязательные предметы: украинский язык и литература. Тестовые задания ЗНО 2015 по истории Украины, математике, биологии, географии, физике и химии были переведены на крымскотатарский, молдавский, польский, русский, румынский и венгерский языки. В 2015 году абитуриентам предложены тестовые задания по украинскому языку, литературе и математике двух уровней сложности - базового и углубленного. Участник тестирования должен сделать выбор уровня сложности при регистрации на ЗНО в зависимости от требований, выдвигаемых избранным им учебным заведением. Также ввелось понятие "порогового балла", то есть минимального количества баллов, необходимых для получения права подачи документов в ВУЗ [23].

В Казахстане также практикуют единый выпускной экзамен, Единое Национальное тестирование (ЕНТ). Тестирование было введено в 2004 году

[24]. Тест проводится в конце учебного года с 1 по 15 июня. ЕНТ пишут на казахском или русском языках по четырем обязательным предметам: русский язык, математика, история Казахстана, казахский язык. Один предмет сдается дополнительно по выбору участника в зависимости от выбранной специальности для дальнейшего обучения. Экзамен состоит из 25 вопросов, за каждый верный ответ начисляется по 1 баллу, максимальный балл - 125. ЕНТ полностью заменяет выпускные и вступительные экзамены. От количества баллов, получаемых выпускником на ЕНТ, зависит, поступит ли выпускник в высшие учебные заведения [25]. По результатам ЕНТ каждый год разыгрываются гранты, с помощью которых выпускник может поступить на бесплатной основе в любой Вуз республики.

Таким образом, проведенный литературный обзор позволяет дать следующую оценку ЕГЭ как инструмента мониторинга качества школьного образования в Российской Федерации. ЕГЭ является единственным официальным государственным средством итоговой оценки уровня предметной подготовки выпускников школ и мерой готовности выпускников продолжить обучение в вузах по программам высшего профессионального образования, вне зависимости от места их проживания. Каждый год школьники сдают ЕГЭ и на основе результатов сдачи ЕГЭ поступают в Вузы на различные направления подготовки. По разным мнениям ЕГЭ присущи серьезные недостатки, которые требуют продолжения работы по улучшению качества КИМ. Тестирование в форме ЕГЭ применяется также и в других странах.

1.2. Математический аппарат для изучения распределения случайных величин

1.2.1. Биномиальное распределение

Статистический анализ занимается сбором и обработкой реальных данных. Собранные данные отражают состояние некоторого наблюдаемого явления. Данные часто имеют числовой вид и с ними можно проделывать различные математические манипуляции, извлекая тем самым дополнительную информацию. Однако не все явления измеряются в количественной шкале. Не всегда явление может принимать бесконечное или большое количество различных состояний. Например, пол у человека может быть либо М, либо Ж. Стрелок либо попадает в цель, либо не попадает. Голосовать можно либо «За», либо «Против». Другими словами, такие данные отражают состояние альтернативного признака – либо «да» (событие наступило), либо «нет» (событие не наступило). Наступившее событие (положительный исход) еще называют «успехом». Такие явления также могут носить массовый и случайный характер. Следовательно, их можно измерять и делать статистически обоснованные выводы. Результаты подобных наблюдений следует записать в числовом виде. Для этого положительному исходу присваивают число 1, отрицательному – 0. Другими словами, мы имеем дело с переменной, которая может принимать только два значения: 0 или 1. Так, легко подсчитать количество положительных исходов – достаточно просуммировать все значения, т.е. все 1 (успехи). Можно пойти далее, но для этого потребуется ввести парочку обозначений. Положительные исходы, которые равны 1 имеют некоторую вероятность появления. Например, выпадение орла при подбрасывании монеты равно $\frac{1}{2}$ или 0,5. Такая вероятность традиционно обозначается латинской буквой p. Следовательно, вероятность наступления альтернативного события равна $1 - p$, которую еще обозначают через q, то есть $q = 1 - p$. В качестве случайной величины X рассмотрим k число появлений события A в этих испытаниях.

Найдем закон распределения величины X. Для ее решения требуется определить возможные значения X и их вероятности. Очевидно, событие A в n испытаниях может либо не появиться, либо появиться один раз, либо два раза,…, либо n раз. Таким образом, возможные значения X таковы: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$,

$x_3 = 2, \ldots, x_{n+1} = n$. Остается найти вероятности этих возможных значений, для чего достаточно воспользоваться формулой Бернулли [26]:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, \qquad (1)$$

где, $k = 0, 1, 2, \ldots, n$.

Формула (*1*) является искомым аналитическим выражением искомого закона распределения (распределения Бернулли).

Биномиальным называется распределение вероятностей, определяемое формулой Бернулли. Этот закон назван «биномиальным» так как правую часть равенства (1) можно рассматривать как общий член разложения бинома Ньютона: $(p+q)^n = C_n^n p^n + C_n^{n-1} p^{n-1} q + \cdots + C_n^k p^k q^{n-k} + \cdots + C_n^0 q^n$.

Запишем биномиальный закон в виде таблицы распределения:

X	n	$n-1$	…	k	…	0
$P(X)$	p^n	$np^{n-1}q$	…	$C_n^k p^k q^{n-k}$	…	q^n

Найдем числовые характеристики этого распределения. По определению математического ожидания для дискретной случайной величины (ДСВ) имеем

$$M[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i = \sum_{k=0}^{n} k C_n^k \, p^k q^{n-k}$$

Запишем равенство, являющееся бином Ньютона

$$(p + q^n) = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \, p^k q^{n-k}$$

и продифференцируем его по р. В результате получим

$$n(p+q)^{n-1} = \sum_{k=0}^{n} k C_n^k \, p^{k-1} q^{n-k}$$

Умножим левую и правую часть на p:

$$np(p+q)^{n-1} = \sum_{k=0}^{n} k C_n^k \, p^k q^{n-k} = M[X]$$

Учитывая, что $p+q=1$, имеем $M[X] = np$.

Итак, математическое ожидание числа появлений событий в n независимых испытаниях равно произведению числа испытаний n на вероятность p появления события в каждом испытании. Дисперсию вычислим по формуле:

$$D[X] = M[X^2] - M^2[X].$$

Для этого найдем

$$M[X^2] = \sum_{k=0}^{n} k^2\, C_n^k p^k q^{n-k}$$

Предварительно продифференцируем формулу бинома Ньютона два раза по p:

$$n(n-1)(p+q)^{n-2} = \sum_{k=0}^{n} k(k-1)C_n^k p^{k-2} q^{n-k}$$

и умножим обе части равенства на p^2:

$$n(n-1)p^2 = \sum_{k=0}^{n} k^2 C_n^k p^k q^{n-k} - \sum_{k=0}^{n} k C_n^k\, p^k q^{n-k} =$$

$$= M[X^2] - M[X] = M[X^2] - np.$$

Находим

$$M[X^2\} = n(n-1)p^2 + np = n^2p^2 - np^2 + np.$$

Следовательно,

$$D[X] = M[X^2] - M^2[X] = n^2p^2 - np^2 + np - n^2p^2 = np - np^2 = npq.$$

Итак, дисперсия биномиального распределения равна $D[X] = npq$.

Данные результаты можно получить и из чисто качественных рассуждений. Общее число X появлений события A во всех испытаниях складываются из числа появлений события в отдельных испытаниях. Поэтому если X_1 – число появлений события в первом испытании, X_2 – во втором и т.д., то общее число появлений события A во всех испытаниях равно $X=X_1+X_2+\ldots+X_n$. По свойству математического ожидания:

$$M[X] = M[X_1] + M[X_2] + \cdots + M[X_n].$$

Каждое из слагаемых правой части равенства есть математическое ожидание числа событий в одном испытании, которое равно вероятности события. Таким образом, $M[X] = p + p + \cdots + p = np$.

По свойству дисперсии: $D[X] = D[X_1] + D[X_2] + \cdots + D[X_n]$. Так как $D[X_i] = M[X_i^2] - M^2[X_i]$, а математическое ожидание случайной величины X_i^2, которое может принимать только два значения, а именно $1^2 c$ вероятностью p и $0^2 c$ вероятностью q, то $M[X_i^2] = p$. Таким образом, $D[X_i] = p - p^2 = pq$. В результате, получаем $D[X] = np + np + \cdots + np = npq$.

Пример 1. По мишени производится три выстрела, причем вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,8. Рассматривается случайная величина X– число попаданий в мишень. Найти ее ряд распределения.

Случайная величина *X* принимает значения *0,1,2,3* с вероятностями, вычисленными по формуле Бернулли, где *n* = *3*, *p* = *0,8* (вероятность попадания), *q* = *1* - *0,8* = *0,2* (вероятность непопадания).

Тогда $P_n(k) = P_3(0) = C_3^0 p^0 q^{3-0} = \frac{3!}{(3-0)!0!} 0{,}8^0 0{,}2^3 = 1 \cdot 1 \cdot 0{,}2^3 = 0{,}008$,

$$P_n(k) = P_3(1) = C_3^1 p^1 q^{3-1} = 3 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2^2 = 3 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}04 = 0{,}096,$$

$$P_n(k) = P_3(2) = C_3^2 p^2 q^{3-2} = 3 \cdot 0{,}64 \cdot 0{,}2 = 0{,}384,$$

$$P_n(k) = P_3(3) = C_3^3 p^3 q^{3-3} = 1 \cdot 0{,}8^3 \cdot 1 = 0{,}512$$

Таким образом, ряд распределения имеет следующий вид:

0	1	2	3
0,008	0,096	0,384	0,512

В ранее опубликованных работах [27–29] обосновано, что средний студент при среднем уровне профессиональной педагогической требовательности по экзаменационной дисциплине, прикладывая к изучению достаточно высокие усилия, с вероятностью успеха p = 0,7 сможет ответить правильно на вопросы экзаменатора по этой дисциплине, т.е. в среднем будет правильно отвечать на 7 вопросов из 10; а с вероятностью q = 0,3 будет давать неверные или неполные ответы. В этом случае, вероятность успеха p = 0,7 в привычной пятибалльной шкале соответствует пограничной оценке между «удовлетворительно» и «хорошо». Преподаватель, задав далее дополнительные вопросы студенту, сможет окончательно определиться с его оценкой.

Пример 2. Построить модель биномиального распределения для гипотетического модельного «среднего студента (учащегося)» применительно к 100-балльной шкале ЕГЭ.

В данном примере демонстрируется построение модели биномиального распределения для «среднего студента», определяемое с помощью «ЕГЭ-формулы Бернулли» (1), где n – число интервалов (в данном случае, n = 100); k= 0, 1, …, n; p= 0,7; q= 1 – 0,7 = 0,3.

Расчет биномиальных вероятностей для «среднего студента» можно произвести и вручную, с помощью формулы (1), но для вычислений разумно применять современные компьютерные средства и информационные технологии. В настоящий момент целесообразно использовать специальное ПО, типа Microsoft Excel (MS Excel). В прикладном пакете MS Excel есть встроенные функции (уже готовые формулы), которые существенно облегчают и упрощают рутинные вычислительные процедуры. Для расчета биномиального распределения в MSExcel имеется встроенная статистическая функция: «БИНОМРАСП (число успехов (k); число испытаний (n); вероятность успеха (p); интегральная (1 или 0))», где 1 – истина, 0 – ложь.

В конкретном рассматриваемом примере, при расчете биномиального распределения для «среднего студента» в MSExcel формулы имеют вид: «БИНОМРАСП(0;100;0,7;0), БИНОМРАСП(1;100;0,7;0), …, БИНОМРАСП(100;100;0,7;0)», соответственно, для k = 0, 1, …, 100. Результаты расчетов по модели биномиального распределения для «среднего студента» представлены в Приложении (Таблица П.2.1) и в виде гистограммы (Рис. 3), построенной также с помощью встроенных процедур MSExcel (выбор вкладки меню «Вставка», далее «Гистограммы» и «Гистограмма с группировкой»).

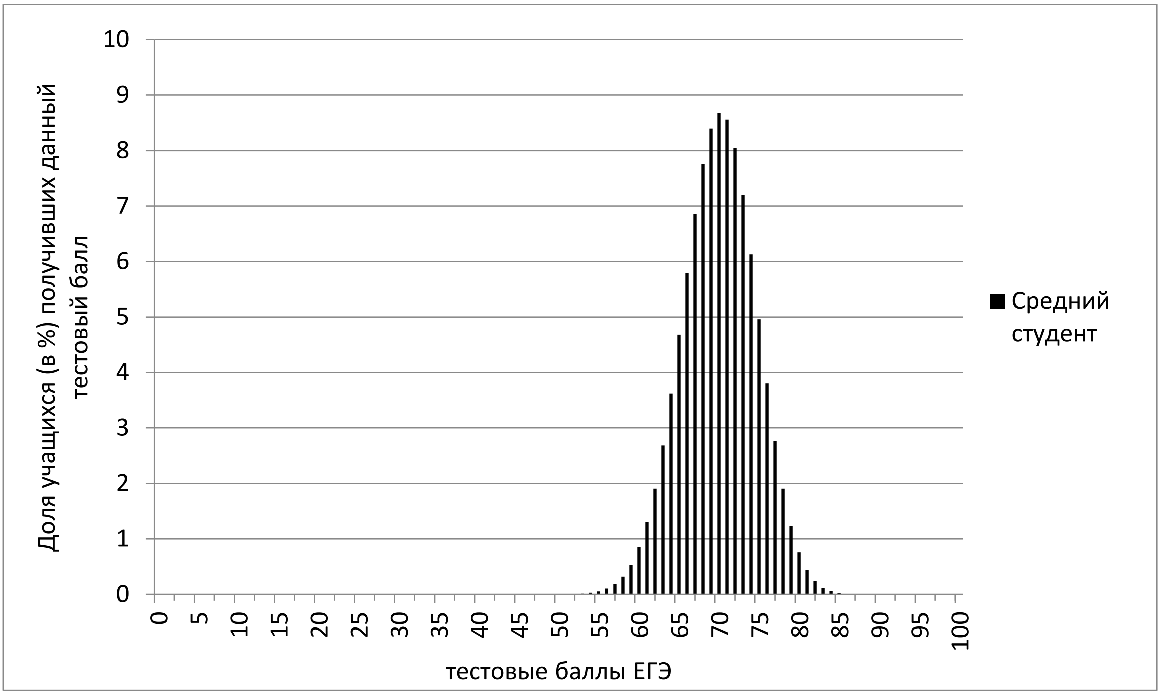


Рис. 3. Диаграмма биномиального распределения для «среднего студента (учащегося)»

1.2.2. Проверка статистических гипотез о нормальном распределении генеральной совокупности (критерий согласия Пирсона χ^2)

Если закон распределения генеральной совокупности неизвестен, но есть основания предположить, что он имеет определенный вид (назовем его *A*), то проверяют основную гипотезу: генеральная совокупность распределена по закону *A*.

Проверка гипотезы о предполагаемом законе неизвестного закона распределения производится с помощью специально подобранной случайной величины – критерия согласия. *Критерием согласия* называют критерий проверки гипотезы о предполагаемом законе неизвестного распределения [26]. В математической статистике рассматриваются различные критерии согласия (Пирсона, Колмогорова – Смирнова, и др.), но наибольшее распространение, получил критерий согласия Пирсона χ^2, так как применяется для разных типов распределений, в чем и состоит его основное достоинство.

Опишем процедуру применения критерия Пирсона χ^2 и проверку гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности. С этой же целью будем сравнивать эмпирические (наблюдаемые) и теоретические частоты (вычисленные в предположении нормального распределения).

Обычно эмпирические и теоретические частоты различаются. Случайно ли расхождение частот? Возможно, что расхождение случайно и объясняется малым числом наблюдений либо способом их группировки, либо другими причинами. Бывает также, что расхождение частот неслучайно (значимо) и объясняется тем, что теоретические частоты вычислены исходя из неверной гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности [30].

Критерий Пирсона позволяет получить математически обоснованный ответ на поставленный вопрос о виде распределения. Он, как и любой другой критерий, не доказывает справедливость гипотезы, а лишь устанавливает, на принятом уровне значимости, ее согласованность или несогласованность с данными наблюдений.

Пусть по выборке объема $n = n_1 + n_2 + \ldots + n_s$ получено следующее эмпирическое частотное распределение:

Варианты .... x_i: $x_1, x_2, ..., x_s$,

Эмпирические частоты: … n_i: $n_1, n_2, ..., n_s$.

Допустим, что в предположении нормального распределения генеральной совокупности вычислены теоретические частоты n_i'. При уровне значимости α требуется проверить нулевую гипотезу: генеральная совокупность распределена нормально (гипотеза H_0). Альтернативная (конкурирующая гипотеза) H_1: закон распределения отличен от нормального.

В качестве критерия проверки нулевой гипотезы примем случайную величину [26]:

$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}, \qquad (2)$$

где n_i – эмпирические частоты, n_i' – теоретические частоты.

Эта величина случайная, так как в различных опытах она принимает различные, заранее неизвестные значения. Ясно, что чем меньше различаются эмпирические и теоретические частоты, тем меньше величина критерия и, следовательно, он в известной степени характеризует близость эмпирического и теоретического распределений.

Доказано, что при $n \to \infty$ закон распределения случайной величины χ^2 независимо от того, какому закону распределения подчинена генеральная совокупность, стремится к закону распределения χ^2 с k степенями свободы. Поэтому случайная величина χ^2 обозначена также через χ^2, а сам критерий называют критерием согласия Пирсона «хи-квадрат».

Число степеней свободы находят с формулы $k = s - 1 - r$, где s – число групп (частичных интервалов) выборки; r – число параметров предполагаемого распределения, которые оценены по данным выборки. Так, если предполагаемое распределение нормальное, то по выборке оценивают два параметра (математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение). Поэтому $r = 2$ и число степеней свободы $k = s - 1 - r = s - 3$ [30]. Если, например, предполагают, что генеральная совокупность распределена по закону Пуассона, то оценивают один параметр λ, поэтому $r = 1$ и $k = s - 2$.

Поскольку односторонний критерий более «жестко» отвергает нулевую гипотезу, чем двусторонний, построим правостороннюю критическую область исходя из требования, чтобы вероятность попадания критерия в эту область в предположении справедливости нулевой гипотезы была равна принятому уровню значимости α.

$$P(\chi^2 > \chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k)) = \alpha.$$

Следовательно, правосторонняя область определяется неравенством $\chi^2 > \chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k)$, а область принятия нулевой гипотезы – неравенством $\chi^2 < \chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k)$. Обозначим значение критерия, вычисленное по данным наблюдений, через $\chi^2_{\text{набл}}$ и сформулируем правило проверки нулевой гипотезы.

Правило. Для того чтобы при заданном уровне значимости проверить нулевую гипотезу H_0: генеральная совокупность распределена нормально, надо сначала вычислить теоретические частоты, а затем наблюдаемое значение критерия:

$$\chi^2_{\text{набл}} = \sum \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'},$$

и по таблице критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы k = s – 3 найти критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k)$ [26].

Если $\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}$, то нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу.

Если $\chi^2_{\text{набл}} > \chi^2_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.

Алгоритм применения критерия согласия Пирсона χ^2 при проверке гипотезы о нормальном распределении случайной величины.

1. Находят нулевую гипотезу о нормальном законе распределения случайной величины X;
2. Определяют теоретические частоты n_i' соответствующие эмпирическим частотам n_i;
3. Вычисляют наблюдаемое значение критерия:

$$\chi^2_{\text{набл}} = \sum \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'};$$

4. По заданному уровню значимости α и числу степеней свободы k = s –3 (где s – число групп выборки) находят критическое значение $\chi^2_{\text{кр}}$;
5. Сравниваем $\chi^2_{\text{набл}}$ и $\chi^2_{\text{кр}}$

   Если $\chi^2_{\text{набл}} > \chi^2_{\text{кр}}$ – нулевую гипотезу отвергают;

   Если $\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}$ – нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу.

Пример 3. С помощью критерия согласия Пирсона χ^2 проверить статистическую гипотезу о соответствии модели биномиального распределения для «среднего студента» модели нормального распределения.

Для оценки степени близости биномиального распределения для «среднего студента» $P_n(k)$ с вероятностью успеха p = 0,7 и с вероятностью неудачи q = 0,3 (см. Пример 2) к нормальному распределению $N(a;$ σ; $x)$ = N(70; 4,58; k):

$$N(a;\ \sigma;\ k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} exp\left\{-\frac{(k-a)^2}{2\sigma^2}\right\}\Delta k, \tag{3}$$

где Δk = 1 – ширина интервалов (в данном случае шаг по шкале баллов ЕГЭ), k = 0, 1, …, n.

Для вычисления нормального распределения нужно изначально посчитать: a – математическое ожидание дискретной случайной величины k, которая считается по формуле a = $M(k)$ = np, в которой n (число интервалов) = 100, p (вероятность успеха) = 0,7. Тогда получается a = 100*0,7=70. Также еще нужно посчитать σ^2 – среднеквадратическое отклонение дискретной случайной величины k, которое имеет формулу: σ = $\sqrt{npq}$, в которой n (число интервалов) = 100, p = 0,7 - вероятность успеха и q = 0,3 - вероятность неудачи. Тогда σ = $\sqrt{100 * 0{,}7 * 0{,}3} = 4{,}58$.

Для более точного результата используем электронный табличный процессор MS Excel, в котором есть функция, которая находит нормальное распределение «НОРМРАСП(x; математическое ожидание; стандартное отклонение; интегральная)».

В данном примере, формула имеет вид: «НОРМРАСП(k; a; σ; 0)», подставляя найденные значения в формулу, получаем значения теоретических частот: «НОРМРАСП(0; 70; 4,58; 0)», «НОРМРАСП(1; 70; 4,58; 0)», …, «НОРМРАСП(100; 70; 4,58; 0)». Математическое ожидание приходится на 70 баллов и значения теоретических частот в интервале от 0 до 45, а также от 95 до 100 баллов фактически равны нулю, поэтому было принято решение их не учитывать.

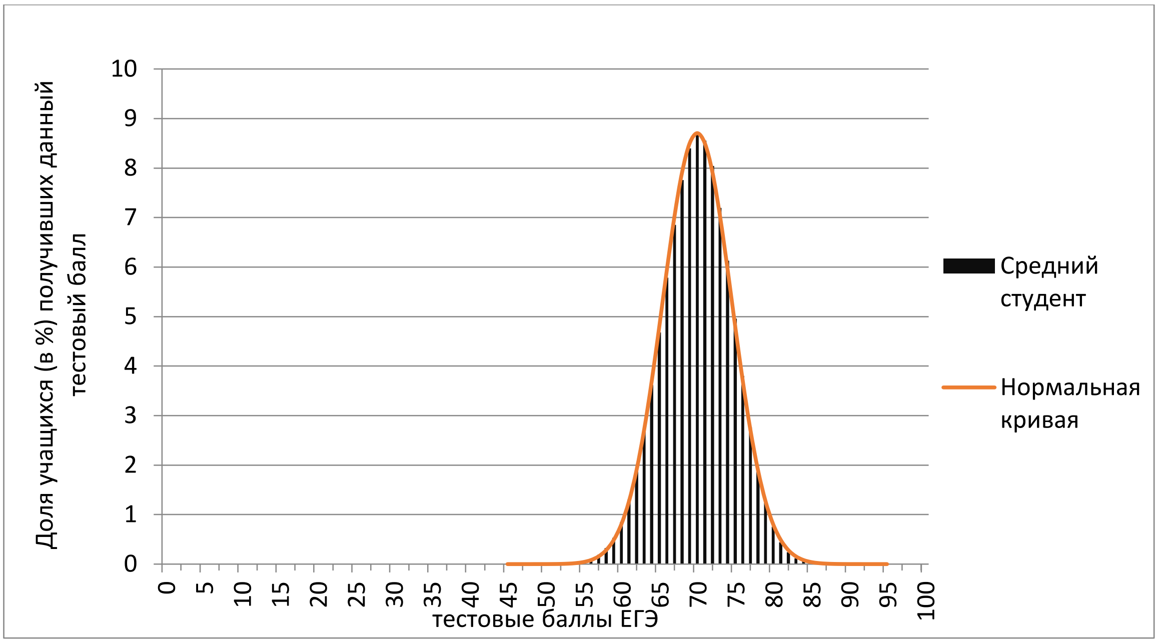


Рис. 4. Диаграмма биномиального распределения для «среднего студента» в сопоставлении с моделью нормального распределения

Из Рис. 4 можно сделать вывод о том, что биномиальное распределение «среднего студента» практически совпадает с моделью нормального распределения. Так можно проверить соответствие биномиального распределения «среднего студента» и модели нормального распределения, используя критерий Пирсона χ^2 [26**Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

Используем описанный выше алгоритм применения критерия «хи-квадрат» Пирсона:

1. Выдвигаем нулевую и альтернативную гипотезу:

   H_0 (нулевая гипотеза): Расхождение модельных биномиальных частот («эмпирические» частоты) и теоретических частот по модели нормального распределения (теоретические частоты) незначительное.

   H_1 (альтернативная гипотеза): Расхождение модельных биномиальных частот («эмпирические» частоты) и теоретических частот по модели нормального распределения (теоретические частоты) значительное.

2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия: $\chi^2_{набл} = \sum \frac{(n_i - n_i^{'})^2}{n_i^{'}}$. В результате расчетов получаем $\chi^2_{набл} = 0{,}001285$ (см. Таблица П.3.1);

3. Для определения $\chi^2_{кр}$ воспользуемся таблицей критических точек распределения χ^2, или же найдем их с помощью MS Excel, где можно воспользоваться формулой: «ХИ2ОБР (p; k)», где p – уровень значимости α, а k – число степеней свободы. В данном примере s=100 - число групп выборки, α = 0,05, k = 100 – 3 = 97. Таким образом, $\chi^2_{кр}$ = 120,989.
4. $\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр}$, основная гипотеза H_0 принимается на уровне значимости α = 0,05. Модель биномиального распределения «среднего студента» почти точно описывается моделью нормального распределения.

Глава 2. Применение статистической обработки данных для оценки и анализа данных для оценки качества учебного процесса в образовательном учреждении

2.1. МАОУ «Азигуловская СОШ» как объект исследования

Немногие правильно назовут самые первые селения, возникшие на нынешней территории Артинского района. Однако самым первым селением в северной части Артинского района было башкирское село Азигулово. Оно раскинулось по левому берегу реки Уфа и тянется вниз по её течению на несколько километров. Слева от селения, по склону горы, до самого села Дружино-Бардыма простираются заброшенные поля бывшего совхоза «Азигуловский», а справа от села Рахмангулово до деревни Журавли раскинулись пойменные луга. К нижнему концу села в этот пейзаж вписывается памятник природы - участок елово-пихтового леса. Здесь растут пихты с сизой хвоёй, таких в других местах нет. На правом берегу между ними стоят могучие осокори, возраст которых никто не определял. Село расположено в красивейших местах, не случайно юго-запад Свердловской области называют «Уральской Швейцарией».

Азигулово основано около пяти столетий назад на землях Сызгинской дачи. Стремясь освободиться из-под власти Казанского ханства, в 1554 году в состав Русского государства входят западно-башкирские племена, а в 1557 году к нему добровольно присоединилась вся Башкирия. Под влиянием русских крестьян у башкир начинает развиваться земледелие, значительная часть их переходит к оседлости, возникают торговые связи. В XVII-XVIII веках стихийное переселение русских людей на башкирские земли возросло в результате массового бегства крестьян из-за роста барщины и феодального гнёта. Азигулово делится на две половины: верхнюю и нижнюю. В верхней части проживали башкиры, в нижней части тептяри, так называли потомков татар, поселившихся на земле башкир и со временем перенявших их обычаи, но сохранивших татарский язык. Кроме того, в селе проживали казанские и кунгурские татары. Несмотря на это, в Азигулово испокон веков жили и живут все большой дружной семьей.

Для борьбы с неграмотностью открывается школа политграмоты. По решению Красноуфимского собрания в 1902 г. было принято решение об открытии школы в селе Азигулово. Это решение было предложено гласным Шаймардановым. В 1903 году школа начала свою работу. Она успешно справлялась с задачами просвещения, и в 1939-1940 учебном году в ней обучалось уже 542 ученика.

В 1986 году построено новое здание, в котором ведется обучение по настоящее время. В 2002 году школе исполнилось 100 лет. Теперь уже более века здесь обучаются и воспитываются молодые люди, поколение за поколением. Так же выпускником Азигуловской школы является Герой Советского Союза Хазипов Назип Хазипович. В Азигулово чтимо имя героя-земляка, лейтенанта-танкиста.

В настоящее время в школе работают 20 педагогов. Половина из них - выходцы из местного населения. Учредитель образовательной организации – управление образования Администрации Артинского городского округа. Обучение ведется на русском языке. Школа работает в режиме шестидневной учебной недели. В годы перестройки совхоза не стало, а вместе с ним и рабочих мест. В поисках работы молодежь уезжает в города. А в селе остаются только те, у кого есть работа. В связи с этим в школе мало обучающихся. В селе это единственное место, где можно получить образование.

Качество образования в первую очередь зависит от педагога. А в сельских школах в основном работают профессионалы своего дела. Они активно готовят обучающихся к предметным олимпиадам, конкурсам и получают неплохие результаты. Для педагога сельской школы особенно значимо не просто передать знания, а научить ребенка самостоятельному умению учиться. У городского ребенка возможностей, помимо школы, гораздо больше. Средний балл по сельским школам – ниже районного и областного.

Исследования также свидетельствуют о том, что обучающиеся в городских школах, показывают более высокие результаты. И это обусловлено не «качеством» детей, а качеством сложившихся условий, ограниченностью ресурсов. Так же в селе по-прежнему невелика скорость Интернет, недостаточно мест свободного доступа учащихся к сети, программного обеспечения для дистанционного образования. Да и домашних компьютеров у сельских школьников на порядок меньше, чем у городских. Жизненные перспективы сельской школы, прежде всего, зависят от развития социокультурной сферы села.

Чтобы сохранить село, образование на селе должно соответствовать социальным ожиданиям людей, социально-ценностному заказу общества, сельского сообщества, каждой конкретной семьи, конкретного человека.

2.2. Статистический анализ результатов ЕГЭ по математике 2016 года, как элемент системы оценки качества образования

Как отмечено в литературном обзоре, ЕГЭ по математике с 2015 года был разделен на базовый и профильный уровень. Участник экзамена сам выбирал один из уровней, либо оба уровня сразу. Базовый уровень разработан для поступающих в ВУЗы, где нет необходимости сдавать математику, а профильный — для поступающих в технические ВУЗы.

В 2016 году ЕГЭ по математике на профильном уровне сдавало 61,95% учащихся и 4,6 % не сдали экзамен в основной день, но пересдали в резервный день. Минимальный проходной порог в 2016 году, как и в 2015 году был равен 27 тестовым баллам. 10,7% учащихся не преодолели порог. Средний тестовый балл по математике в 2016 году на профильном уровне составляет 50,2 (первичный: 10). В этом году заметно выросло число участников, сдававших профильный экзамен и набравших от 80 до 100 баллов. Уровень подготовки, необходимый для поступления в ведущие Вузы страны, продемонстрировали более 17500 человек против 12000 годом ранее. Число участников, набравших более 60 баллов (уровень массовых инженерных и экономических вузов), увеличилось со 118 000 в 2015 году до 128000 в 2016 году.

Для оценки качества математического образования, были проанализированы баллы ЕГЭ по математике за 2016 год по данным ФИПИ.

Проведем краткий статистический анализ результатов ЕГЭ по математике за 2016 год на профильном уровне по данным Свердловской области, подробный анализ приведен в работах [22, 31,32]. По данным профильного ЕГЭ – 2016 по математике видно, что, в основном, результаты учащихся лежат в диапазоне 20–70 тестовых баллов (Рис. 5). В 2016 году произошел заметный рост выполнения заданий повышенного уровня сложности. Сравнивая КИМы двух последних лет, следует признать, что задания этого года существенно проще, чем в прошлом году, возможно, поэтому результаты ЕГЭ по профильной математике оказались выше, чем в 2015 году.

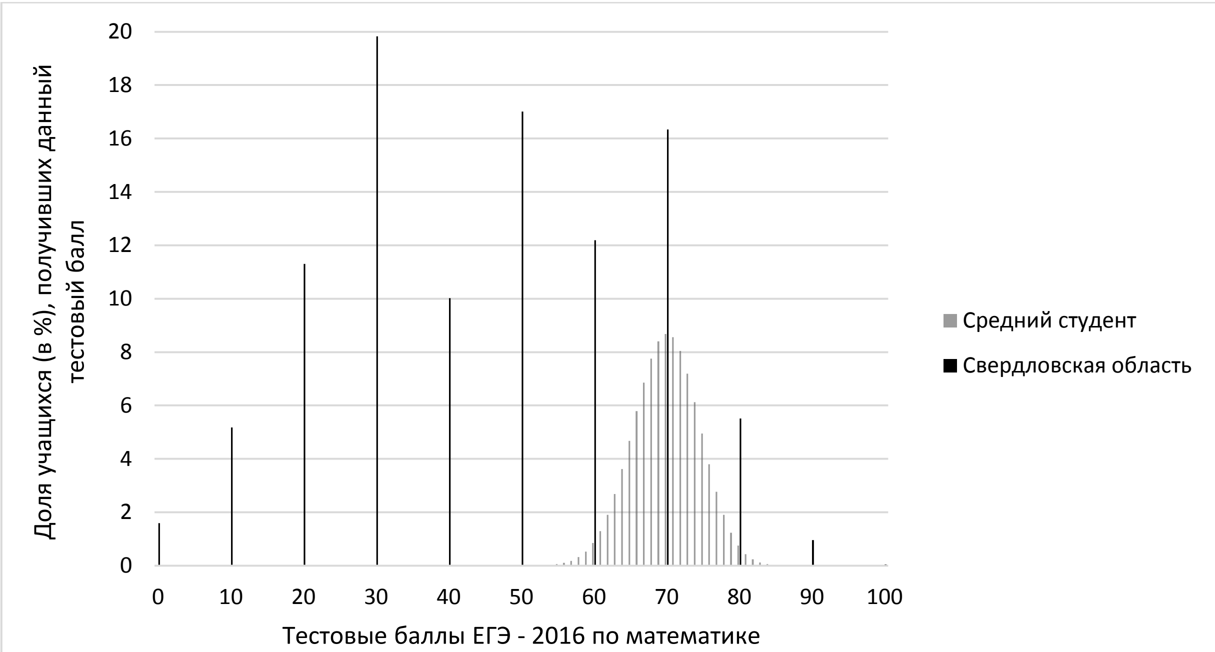


Рис. 5. Диаграмма распределения баллов ЕГЭ – 2016 по математике (профильный уровень) по данным Свердловской области в сопоставлении с распределением для «среднего учащегося».

Это подтверждает сопоставление фактических результатов ЕГЭ-2016 с опорным распределением для «среднего студента (учащегося)». Эмпирическое распределение размыто и смещено в сторону меньших баллов. Часть выпускников показала готовность к изучению математики. Размытость распределения говорит о неравномерном распределении качества математического образования.

Также был проведен статистический анализ учащихся МАОУ «Азигуловская СОШ», сдавших ЕГЭ по математике по данным за 5 лет (первичные результаты см. в Таблица П.4.1, Таблица П.4.2). Для сравнения построены диаграммы результатов ЕГЭ по математике в Свердловской области и по данным ФИПИ.

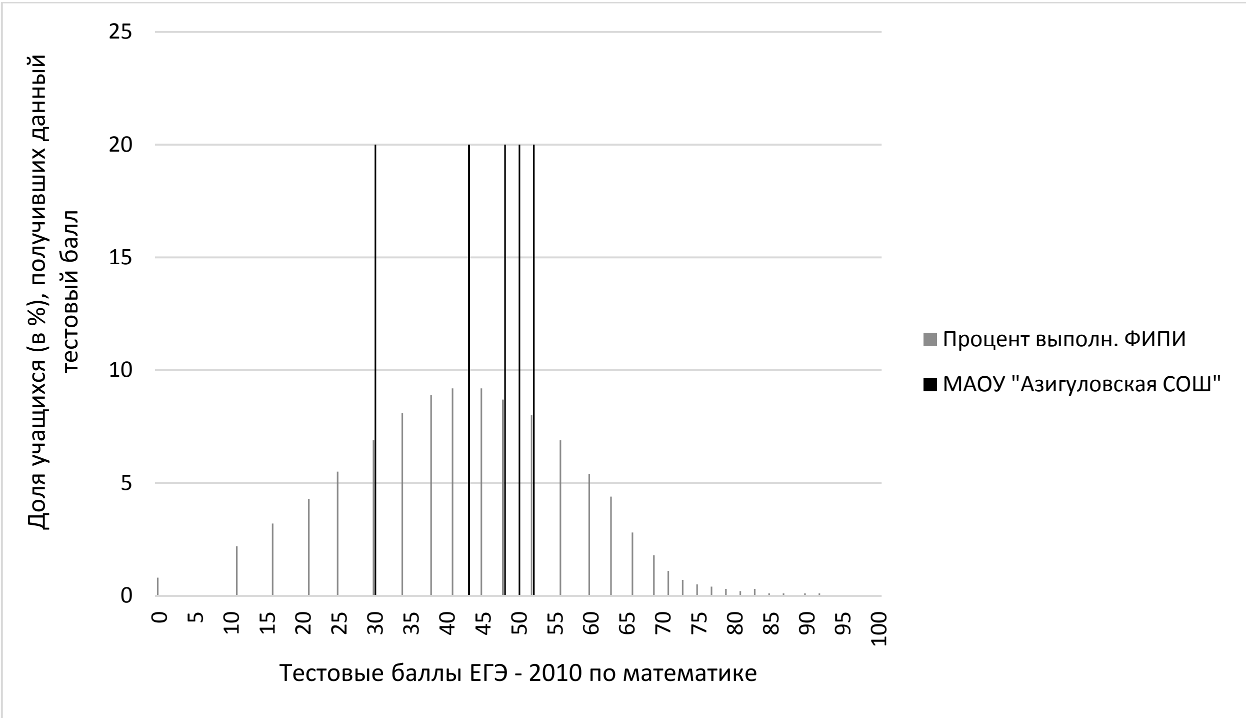


Рис. 6. Диаграмма распределения баллов ЕГЭ – 2010 по математике по данным ФИПИ в сопоставлении с распределением учащихся МАОУ «Азигуловская СОШ»

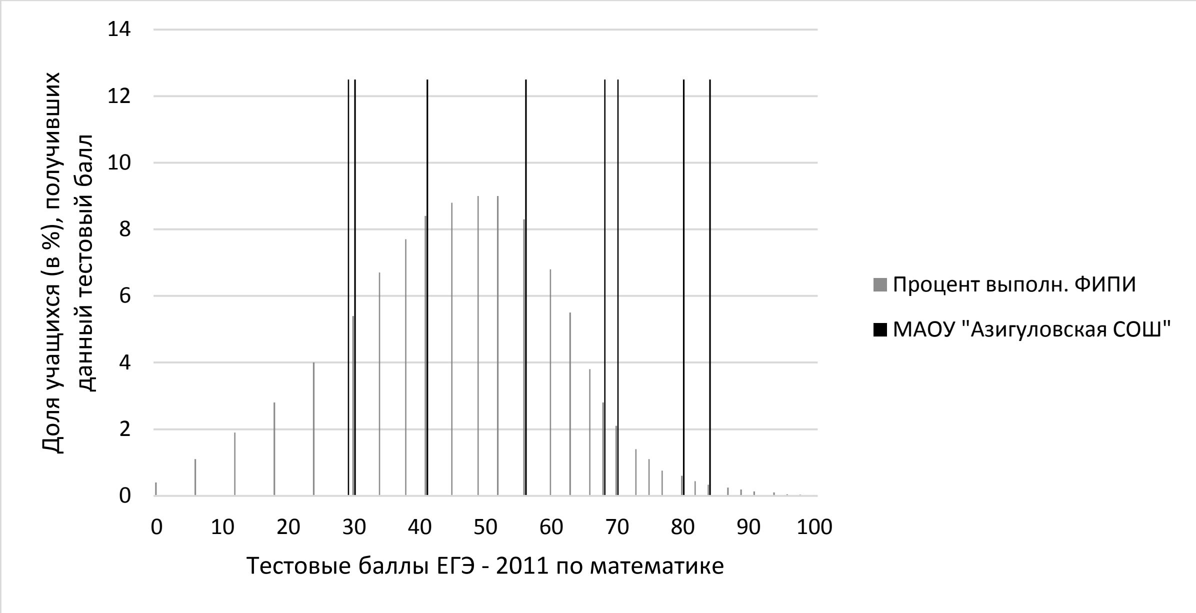


Рис. 7. Диаграмма распределения баллов ЕГЭ – 2011 по математике по данным ФИПИ в сопоставлении с распределением учащихся МАОУ «Азигуловская СОШ»

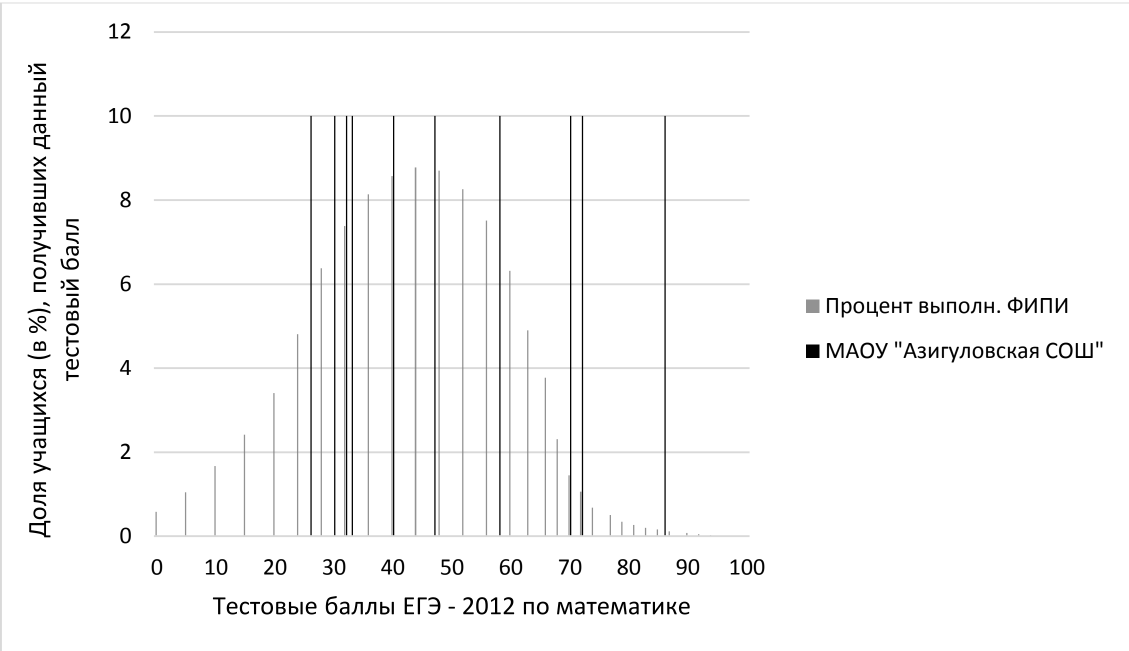


Рис. 8. Диаграмма распределения баллов ЕГЭ – 2012 по математике по данным ФИПИ в сопоставлении с распределением учащихся МАОУ «Азигуловская СОШ»

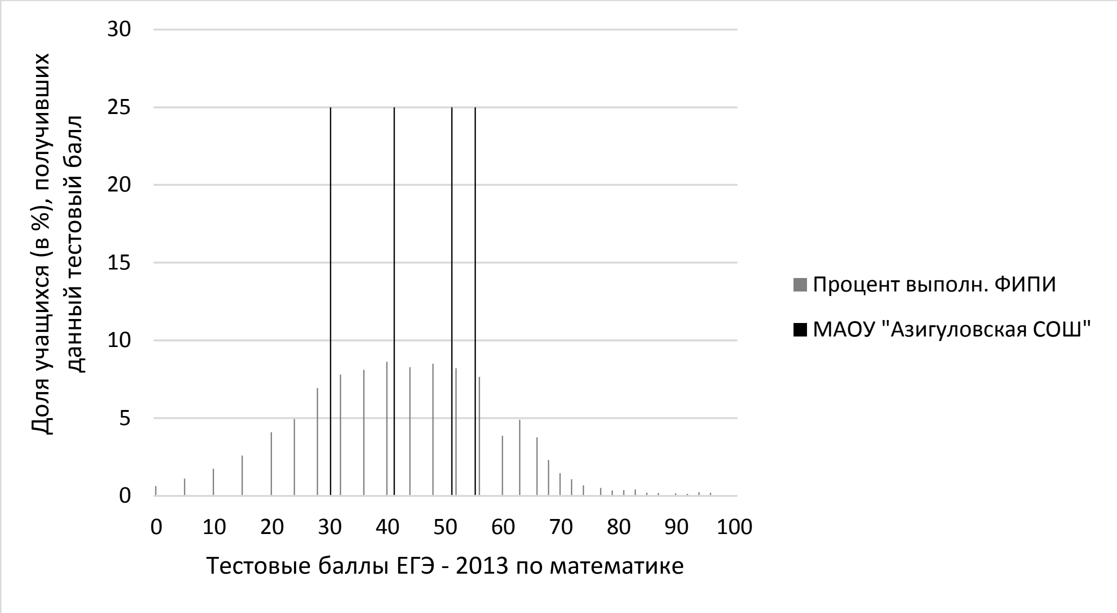


Рис. 9 Диаграмма распределения баллов ЕГЭ – 2013 по математике по данным ФИПИ в сопоставлении с распределением учащихся МАОУ «Азигуловская СОШ»

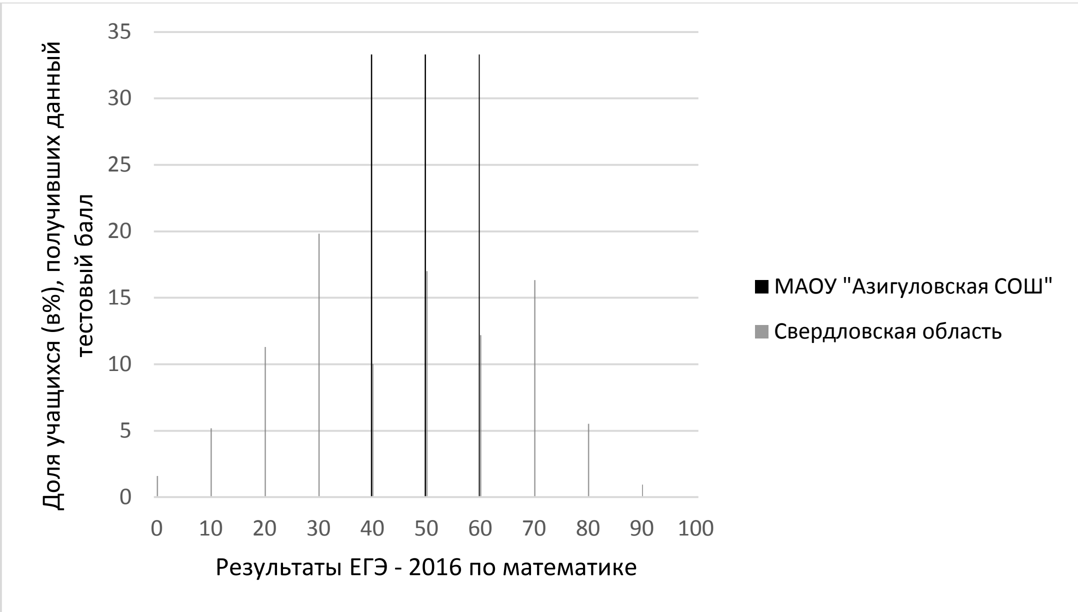


Рис. 10. Диаграмма распределения баллов ЕГЭ – 2016 по математике по данным Свердловской области в сопоставлении с распределением учащихся МАОУ «Азигуловская СОШ»

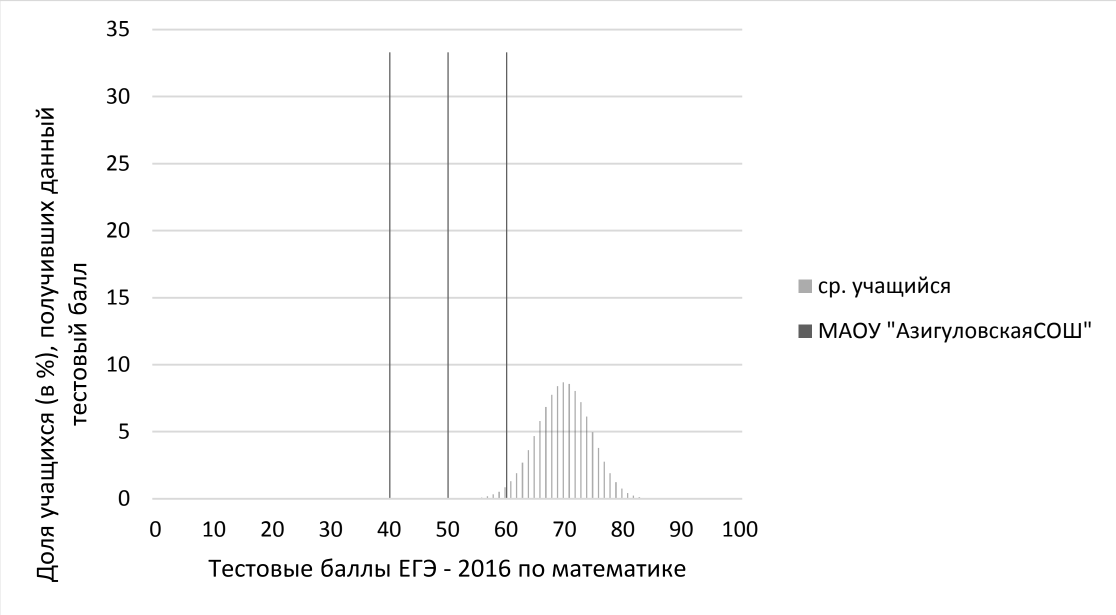


Рис. 11. Диаграмма распределения баллов ЕГЭ – 2016 по математике для «среднего учащегося» в сопоставлении с распределением учащихся МАОУ «Азигуловская СОШ»

Сравнивая полученные данные, можно говорить, что уровень математической подготовки учащихся слабый. Только часть выпускников продемонстрировали готовность к изучению дисциплин, связанных с математикой. Это связано с тем, что в сельских местностях в 11 класс идут обучаться мало детей и не все с удовлетворительным уровнем знаний. В классах мало обучающихся, поэтому вся нагрузка направлена на них.

Подводя итоги исследования, можно заключить:

– Лишь один выпускник Азигуловской школы, сдавший профильный ЕГЭ–2016 по математике, способен и мотивирован к освоению на должном профессиональном уровне математических, естественнонаучных и инженерных дисциплин. Ситуацию можно исправить лишь улучшением качества школьного образования;
– математические знания школьников недостаточны и разнородны. Можно предвидеть трудности, которые возникнут при освоении ими профессиональной образовательной программы.

Заключение

В ходе подготовки выпускной квалификационной работы полностью решены все поставленные задачи:

- Проанализирована литература, касающаяся разделов систематического анализа статистических данных ЕГЭ, как количественной оценки готовности выпускников школ к освоению естественнонаучных и инженерных направлений подготовки в РФ. Рассмотрена структура КИМ и особенности переводных шкал ЕГЭ по математике разных лет по данным ФИПИ.
- С помощью формулы Бернулли простроена диаграмма модели биномиального распределения «среднего студента (учащегося)» с вероятностью успеха $p = 0{,}7$. Определено понятие «среднего студента (учащегося)». Биномиальное распределение для «среднего студента (учащегося)» принято в качестве опорного при анализе эмпирических распределений, построенных по результатам ЕГЭ.
- Построены диаграммы выпускников 2010-2013 г. Азигуловской школы, которые сопоставлены с диаграммами федеральных результатов ЕГЭ по математике, построены диаграммы распределения баллов ЕГЭ – 2016 по математике по данным Свердловской области в сопоставлении с распределением учащихся МАОУ «Азигуловская СОШ» и с распределением баллов для «среднего учащегося».
- С помощью применения одностороннего критерия Пирсона χ^2 выявлено, что модель биномиального распределения «среднего студента» почти точно описывается моделью нормального распределения.
- Предварительный анализ результатов ЕГЭ показал, что математические знания школьников недостаточны и разнородны. Могут возникнуть трудности при освоении ими профессиональной образовательной программы. У выпускников разный уровень подготовки, и поэтому потребуются существенные выравнивающие педагогические усилия учителей

математики. Высокие показатели успешности продемонстрированы при решении первых заданий базового уровня, что свидетельствует о сформированности у участников экзамена базовых математических компетенций за курс математики основной и средней общеобразовательной школы, необходимых для обучения в вузах на специальностях, не предъявляющих высокие требования к уровню математической подготовки абитуриентов. На уровне образовательных учреждений следует уделять больше внимания своевременному выявлению учащихся, имеющих слабую математическую подготовку, выявлять доминирующие факторы, определяющие неуспешность, а для учащихся, имеющих мотивацию к ликвидации пробелов в своих знаниях, организовывать специальные профильные группы. Полное решение проблем, порождающих неуспешность при обучении математике, только силами образовательных учреждений невозможно – во многих случаях проблемы носят социальный характер. Особое внимание в преподавании математики следует уделить регулярному выполнению упражнений, развивающих базовые компетенции (умение анализировать условие задачи, решать практические задачи, выполнять арифметические действия, простейшие алгебраические преобразования, действия с основными функциями). Рекомендуется провести диагностические работы, выявить сильные и слабые стороны математической подготовки каждого и закреплять то, что уже получается.

Таким образом, при подготовке настоящей ВКР поставленные задачи решены и цели достигнуты.

Библиографический список

1. Лекция: Статистика конспект [Электронный ресурс]// URL: http://works.tarefer.ru/75/100096/index.html/
2. Смыкалова Е.В. ФМЛ № 366, Санкт-Петербург. Курс математики. 6 класс. Тест [Электронный ресурс]// URL: http://metaschool.ru/pub/test/index.php?testld=19
3. Федеральный Закон от 09.02.2007 г. N 17-ФЗ "О внесении изменений в Закон Российской Федерации "Об образовании" и Федеральный Закон "О высшем и послевузовском профессиональном образовании" в части проведения единого государственного экзамена"-ст.1
4. Приказ Минобрнауки России "Об утверждении ведомственной целевой программы «Повышение квалификации инженерно-технических кадров на 2015-2016 годы»" от 12 мая 2015 г. № 490.
5. Указ Губернатора Свердловской области "О комплексной программе "Уральская инженерная школа"" от 6 октября 2014 г. № 453-УГ // Российская газета.
6. Приказ Минобрнауки России "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки «01.03.02 – Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата)» от 12.03.2015 № 228.
7. Приказ Минобрнауки России от 05.08.2014 N 923 "О внесении изменений в порядок проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 26 декабря 2013 г. N 1400" (Зарегистрировано в Минюсте России 15.08.2014 N 33604) / Собрание законодательства Российской Федерации – Режим доступа: http://минобрнауки.рф/документы/2974

8. Об организации эксперимента по введению единого государственного экзамена: Постановление Правительства РФ от 16.02.2001 № 119 (с изм. от 29.11.2003) // СЗ РФ. – 2001. - № 9. - Ст. 859.
9. Об участии образовательных учреждений среднего профессионального образования в эксперименте по введению единого государственного экзамена: Постановление Правительства РФ от 05.04.2002 № 222 (с изм. от 29.11.2003) // СЗ РФ. – 2002. - № 15. - Ст. 1436.
10. Об образовании: Закон Российской Федерации от 10.07.1992 № 3266-1 (ред. от 10.11.2009) // СЗ РФ. – 1996. - № 3. - Ст. 150.
11. Далингер В.А. Единый государственный экзамен по математике: результаты и проблемы // Фундаментальные исследования. 2008. № 5. С. 51-53.
12. Об утверждении Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования: Приказ Минобрнауки России №1400 от 26.12.2013.
13. Средние баллы по годам [Электронный ресурс] // URL: http://4ege.ru/analitika/53609-srednie-bally-ege-po-godam.html
14. Иванов А. В. Школа без ЕГЭ: на пути к преодолению катастрофы // Математика в школе. 2015. №6. С. 5 – 19.
15. Малышев И. Г. Шкала перевода баллов ЕГЭ как инструмент вождения за нос // Математика в школе. 2015. №7. С. 6 – 9.
16. Аналитический отчет о результатах ЕГЭ по математике 2010 года [Электронный ресурс] // Федеральный Институт Педагогических Измерений URL: http://fipi.ru/sites/default/files/document/1408710028/mat11.pdf.
17. Аналитический отчет о результатах ЕГЭ по математике 2011 года [Электронный ресурс] // Федеральный Институт Педагогических Измерений URL: http://fipi.ru/sites/default/files/document/1408709946/2.1.%20ma-11-11.pdf.

18. Аналитический отчет о результатах ЕГЭ по математике 2012 года [Электронный ресурс] // Федеральный Институт Педагогических Измерений URL: http://fipi.ru/sites/default/files/document/1408709880/2.1.pdf.
19. Методические рекомендации по некоторым аспектам совершенствования преподавания математики 2013 года [Электронный ресурс] // Федеральный Институт Педагогических Измерений URL: http://fipi.ru/sites/default/files/document/1408709719/MATnew.pdf.
20. Методические рекомендации по некоторым аспектам совершенствования преподавания математики 2014 года [Электронный ресурс] // Федеральный Институт Педагогических Измерений URL: http://fipi.ru/sites/default/files/document/1425993087/metod_rek_matematika.pdf
21. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2015 года по математике [Электронный ресурс] // Федеральный Институт Педагогических Измерений URL: http://fipi.ru/sites/default/files/document/1441039556/matematika.pdf.
22. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2016 года по математике [Электронный ресурс] // Федеральный Институт Педагогических Измерений URL:http://www.fipi.ru/sites/default/files/document/1476454097/matematika.pdf
23. Тестирование в Украине [Электронный ресурс] URL: http://www.abiturient.in.ua/ru/test_in_ua.
24. Приказ Министра образования и науки Республики Казахстан "Об утверждении правил организации и проведения единого национального тестирования" от 16 марта 2004 г. № 213
25. ЕНТ 2015 в Казахстане: подготовка и порядок проведения [Электронный ресурс] URL:

http://egov.kz/wps/portal/Content?contentPath=%2Fegovcontent%2Feducation%2Fedu_heis%2Farticle%2Fabout_ent&lang=ru

26. Биномиальное распределение случайной величины. [Электронный ресурс] URL: http://statanaliz.info/metody/terver/89-binomialnoe-raspredelenie
27. Бодряков В. Ю., Фомина Н. Г. Простая вероятностно-статистическая модель количественной оценки знаний учащихся // Alma mater. 2008. №7. С. 55-61.
28. Бодряков В. Ю., Торопов А. П., Фомина Н. Г. Анализ успеваемости студентов – математиков // Alma mater. 2008. №9. С. 47-51.
29. Бодряков В.Ю., Торопов А.П., Фомина Н.Г. Углубленный статистический анализ динамики успеваемости студентов – математиков при обучении в педагогическом вузе // Качество. Инновации. Образование. 2009. №1. С. 6-11.
30. Елисеева И. И., Юзбашев М. М. Общая теория статистики. 5 изд. М.: Финансы и статистика, 2008. 656 с.
31. Ященко И. В., Семенов А. В., Высоцкий И. Р. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2016 года по математике// Федеральный Институт Педагогических Измерений 2016г. [Электронный ресурс] URL: http://www.fipi.ru/sites/default/files/document/1476454097/matematika.pdf
32. Методический анализ результатов ЕГЭ по учебным предметам [Электронный ресурс] URL: http://ege.midural.ru/images/Statistika-EGE/Методический_анализ_результатов_ЕГЭ_по_математике.docx
33. Математика 2010г. [Электронный ресурс] URL: http://www.fipi.ru/sites/default/files/document/1408710028/mat11.pdf
34. Математика 2011г. [Электронный ресурс] URL: http://www.fipi.ru/sites/default/files/document/1408709946/2.1.%20ma-11-11.pdf

35. Математика 2012г. [Электронный ресурс] URL: http://www.fipi.ru/sites/default/files/document/1408709880/2.1.pdf
36. Математика 2013г. [Электронный ресурс] URL: http://www.fipi.ru/sites/default/files/document/1408709719/MATnew.pdf

Приложение 1

Таблица П.1.1. Шкала перевода первичных баллов в тестовые 2010 – 2016 гг. (профильный уровень)

Первичные баллы	Тестовые баллы 2010 г	Тестовые баллы 2011 г.	Тестовые баллы 2012 - 2013 г.	Тестовые баллы 2014 г.	Тестовые баллы 2015 г. (профильный)	Тестовые баллы 2016 г. (профильный)
1	11	6	5	7	5	5
2	16	12	10	13	9	9
3	21	18	15	20	14	14
4	25	24	20	24	18	18
5	30	30	24	28	23	23
6	34	34	28	32	27	27
7	28	38	32	36	33	31
8	41	41	36	40	39	35
9	45	45	40	44	45	38
10	48	49	44	48	50	42
11	52	52	48	52	55	46
12	56	56	52	56	59	49
13	60	60	56	60	64	53
14	63	63	60	64	68	57
15	66	66	63	68	70	60
16	69	68	66	70	72	63
17	71	70	68	72	74	65
18	73	73	70	73	76	67
19	75	75	72	75	78	69
20	77	77	74	77	80	71
21	79	80	77	79	82	73
22	81	82	79	80	84	75
23	83	84	81	82	86	77
24	85	87	83	84	88	79
25	87	89	85	86	90	82
26	90	91	87	88	92	84
27	92	94	90	89	94	86
28	95	96	92	91	96	88
29	97	98	94	93	97	90
30	100	100	96	95	98	92
31	–	–	98	96	99	94
32	–	–	100	98	100	96
33	–	–	–	100	100	98
34	–	–	–	–	100	100

Приложение 2

Таблица П.2.1. Гипотетическое распределение Бернулли для «среднего студента»

k	$P_n(k)$	k	$P_n(k)$	k	$P_n(k)$
0	5,15378E-53	36	1,80029E-12	72	0,080412019
1	1,20255E-50	37	7,26602E-12	73	0,071966921
2	1,38894E-48	38	2,8108E-11	74	0,061269135
3	1,05868E-46	39	1,04264E-10	75	0,049559923
4	5,99038E-45	40	3,71006E-10	76	0,038039414
5	2,68369E-43	41	1,26685E-09	77	0,027665029
6	9,91474E-42	42	4,15245E-09	78	0,019034486
7	3,10662E-40	43	1,30689E-08	79	0,0123684
8	8,42671E-39	44	3,95039E-08	80	0,007575645
9	2,00993E-37	45	1,14708E-07	81	0,004364569
10	4,26774E-36	46	3,20017E-07	82	0,002359706
11	8,14751E-35	47	8,57919E-07	83	0,001194068
12	1,40997E-33	48	2,21033E-06	84	0,000563866
13	2,22703E-32	49	5,4732E-06	85	0,000247659
14	3,2292E-31	50	1,30262E-05	86	0,000100791
15	4,31995E-30	51	2,97986E-05	87	3,7845E-05
16	5,35493E-29	52	6,55186E-05	88	1,30451E-05
17	6,17392E-28	53	0,000138454	89	4,10406E-06
18	6,64268E-27	54	0,000281182	90	1,17042E-06
19	6,6893E-26	55	0,000548731	91	3,00107E-07
20	6,32139E-25	56	0,001028871	92	6,85027E-08
21	5,61901E-24	57	0,001853172	93	1,37497E-08
22	4,70805E-23	58	0,003205774	94	2,38912E-09
23	3,7255E-22	59	0,005324845	95	3,52081E-10
24	2,78895E-21	60	0,008490169	96	4,27877E-11
25	1,9783E-20	61	0,012990422	97	4,11703E-12
26	1,33155E-19	62	0,019066588	98	2,94073E-13
27	8,51532E-19	63	0,026834457	99	1,3862E-14
28	5,18015E-18	64	0,036198564	100	3,23448E-16
29	3,00092E-17	65	0,046779682	$\sum$	1
30	1,65717E-16	66	0,05788395		
31	8,73134E-16	67	0,068539205		
32	4,39295E-15	68	0,07761057		
33	2,11217E-14	69	0,083984385		
34	9,71183E-14	70	0,086783865		
35	4,2732E-13	71	0,085561557		

Приложение 3

Таблица П.3.1. Вычисление наблюдаемого значения критерия Пирсона (χ^2)

x	n_i	n'_i	$n_i - n'_i$	$(n_i - n'_i)^2$	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$
45	1,15E-07	3E-08	8,471E-08	7,17579E-15	2,39E-07
46	3,2E-07	9,63E-08	2,23687E-07	5,0036E-14	5,19E-07
47	8,58E-07	2,95E-07	5,62962E-07	3,16927E-13	1,07E-06
48	2,21E-06	8,61E-07	1,34919E-06	1,82032E-12	2,11E-06
49	5,47E-06	2,4E-06	3,07598E-06	9,46167E-12	3,95E-06
50	1,3E-05	6,36E-06	6,66322E-06	4,43985E-11	6,98E-06
51	2,98E-05	1,61E-05	1,36945E-05	1,87539E-10	1,16E-05
52	6,55E-05	3,89E-05	2,66563E-05	7,10559E-10	1,83E-05
53	0,000138	8,94E-05	4,90332E-05	2,40425E-09	2,69E-05
54	0,000281	0,000196	8,49943E-05	7,22404E-09	3,68E-05
55	0,000549	0,00041	0,000138317	1,91315E-08	4,66E-05
56	0,001029	0,000819	0,000210231	4,41973E-08	5,4E-05
57	0,001853	0,001557	0,000296195	8,77313E-08	5,63E-05
58	0,003206	0,002824	0,000382254	1,46118E-07	5,18E-05
59	0,005325	0,004882	0,000442609	1,95903E-07	4,01E-05
60	0,00849	0,008049	0,000440724	1,94237E-07	2,41E-05
61	0,01299	0,012654	0,000336287	1,13089E-07	8,94E-06
62	0,019067	0,018968	9,87268E-05	9,74699E-09	5,14E-07
63	0,026834	0,02711	-0,000275169	7,57181E-08	2,79E-06
64	0,036199	0,036944	-0,000745784	5,56194E-07	1,51E-05
65	0,04678	0,048006	-0,001225906	1,50285E-06	3,13E-05
66	0,057884	0,059478	-0,00159385	2,54036E-06	4,27E-05
67	0,068539	0,070265	-0,001725514	2,9774E-06	4,24E-05
68	0,077611	0,079148	-0,001537265	2,36318E-06	2,99E-05
69	0,083984	0,085008	-0,001023669	1,0479E-06	1,23E-05
70	0,086784	0,087056	-0,000272478	7,42443E-08	8,53E-07
71	0,085562	0,085008	0,000553503	3,06366E-07	3,6E-06
72	0,080412	0,079148	0,001264184	1,59816E-06	2,02E-05
73	0,071967	0,070265	0,001702202	2,89749E-06	4,12E-05
74	0,061269	0,059478	0,001791335	3,20888E-06	5,4E-05
75	0,04956	0,048006	0,001554334	2,41595E-06	5,03E-05
76	0,038039	0,036944	0,001095066	1,19917E-06	3,25E-05
77	0,027665	0,02711	0,000555403	3,08472E-07	1,14E-05
78	0,019034	0,018968	6,66249E-05	4,43887E-09	2,34E-07
79	0,012368	0,012654	-0,000285736	8,1645E-08	6,45E-06
80	0,007576	0,008049	-0,0004738	2,24487E-07	2,79E-05
81	0,004365	0,004882	-0,000517666	2,67978E-07	5,49E-05
82	0,00236	0,002824	-0,000463813	2,15123E-07	7,62E-05

x	n_i	n'_i	$n_i - n'_i$	$(n_i - n'_i)^2$	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$
83	0,001194	0,001557	-0,000362909	1,31703E-07	8,46E-05
84	0,000564	0,000819	-0,000254774	6,49099E-08	7,93E-05
85	0,000248	0,00041	-0,000162756	2,64895E-08	6,45E-05
86	0,000101	0,000196	-9,53966E-05	9,10051E-09	4,64E-05
87	3,78E-05	8,94E-05	-5,15763E-05	2,66011E-09	2,97E-05
88	1,3E-05	3,89E-05	-2,58173E-05	6,66531E-10	1,72E-05
89	4,1E-06	1,61E-05	-1,2E-05	1,44E-10	8,94E-06
90	1,17E-06	6,36E-06	-5,19259E-06	2,6963E-11	4,24E-06
91	3E-07	2,4E-06	-2,09712E-06	4,39789E-12	1,83E-06
92	6,85E-08	8,61E-07	-7,92637E-07	6,28273E-13	7,3E-07
93	1,37E-08	2,95E-07	-2,81207E-07	7,90773E-14	2,68E-07
94	2,39E-09	9,63E-08	-9,39409E-08	8,8249E-15	9,16E-08
95	3,52E-10	3E-08	-2,96454E-08	8,7885E-16	2,93E-08
$\sum$	1	1	–	–	0,001284835

Приложение 4

Таблица П.4.1. Распределение баллов ЕГЭ-2010 по математике по данным ФИПИ [33]

Первичный балл	Тестовый балл ЕГЭ 2010г	Процент выполнения 2010г	Первичный балл	Тестовый балл ЕГЭ 2010г	Процент выполнения 2010г
0	0	0,8	17	71	1,1
1	11	2,2	18	73	0,7
2	16	3,2	19	75	0,5
3	21	4,3	20	77	0,4
4	25	5,5	21	79	0,3
5	30	6,9	22	81	0,2
6	34	8,1	23	83	0,2
7	38	8,9	24	85	0,1
8	41	9,2	25	87	0,1
9	45	9,2	26	90	0,1
10	48	8,7	27	92	0,1
11	52	8,0	28	95	0,0
12	56	6,9	29	97	0,0
13	60	5,4	30	100	0,0
14	63	4,4	31	-	-
15	66	2,8	32	-	-
16	69	1,8	33	-	-

Таблица П.4.2. Распределение баллов ЕГЭ-2010 по математике школьников МАОУ «Азигуловская СОШ» в в процентном соотношении

Шкала	Доля учащихся (в %) получивших данный тестовый балл				
	2010	2011	2012	2013	2016
26	0	0	10	0	0
29	0	12,5	0	0	0
30	20	12,5	10	25	0
32	0	0	20	0	0
40	0	0	10	0	33,3
41	20	12,5	0	25	0
47	0	0	10	0	0
48	20	0	0	25	0
50	20	0	0	0	33,3
52	20	0	0	25	0
56	0	12,5	0	0	0
58	0	0	10	0	0

Шкала	Доля учащихся (в %) получивших данный тестовый балл				
	2010	2011	2012	2013	2016
60	0	0	0	0	33,3
68	0	12,5	0	0	0
70	0	12,5	10	0	0
72	0	0	10	0	0
80	0	12,5	0	0	0
84	0	12,5	0	0	0
86	0	0	10	0	0
∑	100	100	100	100	100

Таблица П.4.3. Распределение баллов ЕГЭ-2011 по математике по данным ФИПИ [34]

Первичный балл	Тестовый балл ЕГЭ 2011г	Процент выполнения 2011г	Первичный балл	Тестовый балл ЕГЭ 2011г	Процент выполнения 2011г
0	0	0,4	17	70	2,1
1	6	1,1	18	73	1,4
2	12	1,9	19	75	1,1
3	18	2,8	20	77	0,76
4	24	4,0	21	80	0,60
5	30	5,4	22	82	0,44
6	34	6,7	23	84	0,33
7	38	7,7	24	87	0,25
8	41	8,4	25	89	0,19
9	45	8,8	26	91	0,13
10	49	9,0	27	94	0,10
11	52	9,0	28	96	0,05
12	56	8,3	29	98	0,04
13	60	6,8	30	100	0,03
14	63	5,5	31	-	-
15	66	3,8	32	-	-
16	68	2,8	33	-	-

Таблица П.4.4. Распределение баллов ЕГЭ-2012 по математике по данным ФИПИ [35]

Первичный балл	Тестовый балл ЕГЭ 2012г	Процент выполнения 2012г	Первичный балл	Тестовый балл ЕГЭ 2012г	Процент выполнения 2012г
0	0	0,58	17	68	2,31
1	5	1,05	18	70	1,45
2	10	1,67	19	72	1,06
3	15	2,42	20	74	0,68

4	20	3,41	21	77	0,51
5	24	4,81	22	79	0,35
6	28	6,38	23	81	0,27
7	32	7,38	24	83	0,20
8	36	8,14	25	85	0,16
9	40	8,57	26	87	0,12
10	44	8,78	27	90	0,08
11	48	8,70	28	92	0,05
12	52	8,26	29	94	0,03
13	56	7,51	30	96	0,02
14	60	6,32	31	98	0,01
15	63	4,90	32	100	0,01
16	66	3,77	33	-	-

Таблица П.4.5. Распределение баллов ЕГЭ-2013 по математике по данным ФИПИ [36]

Первичный балл	Тестовый балл ЕГЭ 2013г	Процент выполнения 2013г	Первичный балл	Тестовый балл ЕГЭ 2013г	Процент выполнения 2013г
0	0	0,73	17	68	2,31
1	5	1,64	18	70	1,45
2	10	2,64	19	72	1,06
3	15	3,84	20	74	0,68
4	20	4,65	21	77	0,51
5	24	5	22	79	0,35
6	28	5,13	23	81	0,27
7	32	6,25	24	83	0,41
8	36	8,12	25	85	0,45
9	40	9,1	26	87	0,29
10	44	8,9	27	90	0,01
11	48	8,99	28	92	0,02
12	52	8,8	29	94	0,02
13	56	6,1	30	96	0,05
14	60	3,11	31	98	0,06
15	63	4,90	32	100	0,04
16	66	3,77	33	-	-